

Astigmatisme - définition

- ◆ Stigmatisme ($\sigma\tau\iota\gamma\mu\alpha$ = point) : un dioptré est stigmaté si un point objet donne un point image
- ◆ Conditions de GAUSS
- ◆ Astigmatisme : un point objet donne deux focales ou caustiques, zone de concentration des rayons

Verres astigmatés

- ◆ Verres cylindriques
- ◆ Verres toriques

Les verres cylindriques

- ◆ S'opposent aux verres sphériques stigmatés
- ◆ Définis par un axe (génératrice) et une puissance (ménisque convexe ou concave perpendiculaire à l'axe)

Puissance nulle le long de l'axe
Maximale perpendiculaire à l'axe

Génératrice = axe modulo π

Verres toriques

Deux rayons de courbure

Mini et maximum Perpendiculaires

Repère de Frénet

Théorème de Monge

obtenus par la rotation d'un cercle de rayon r autour d'un autre cercle, qui ne le coupe pas.

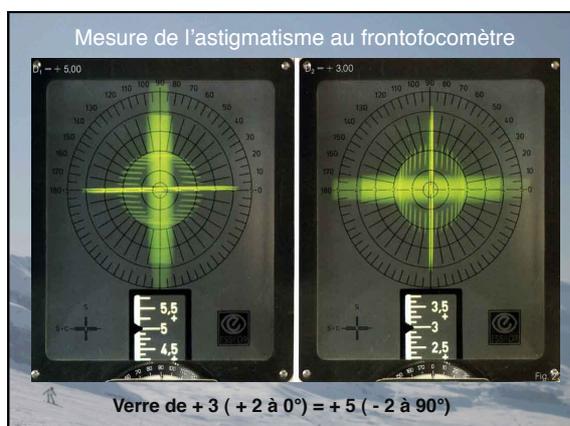
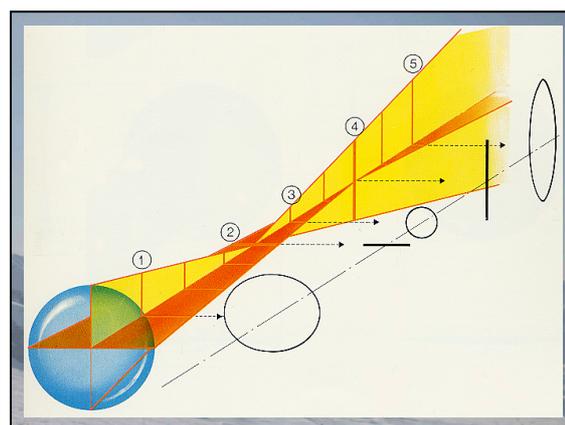
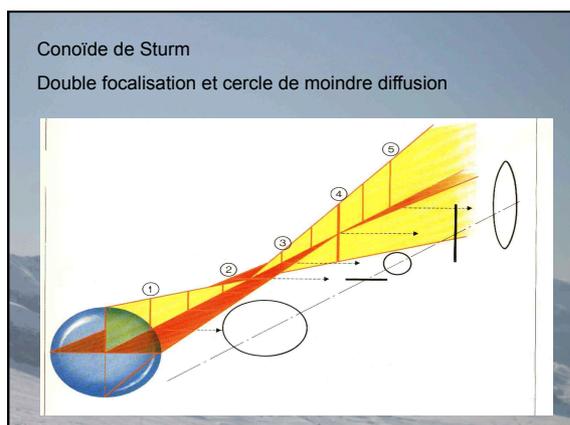
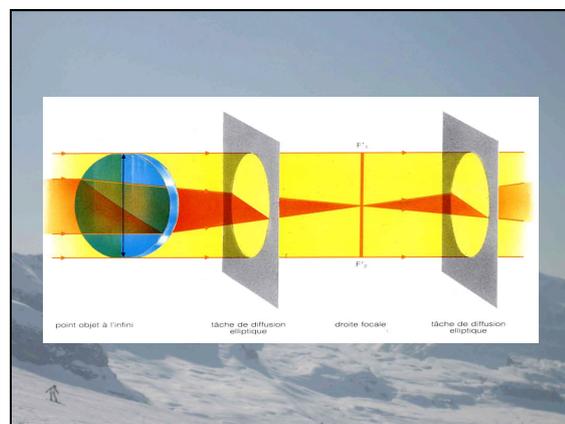
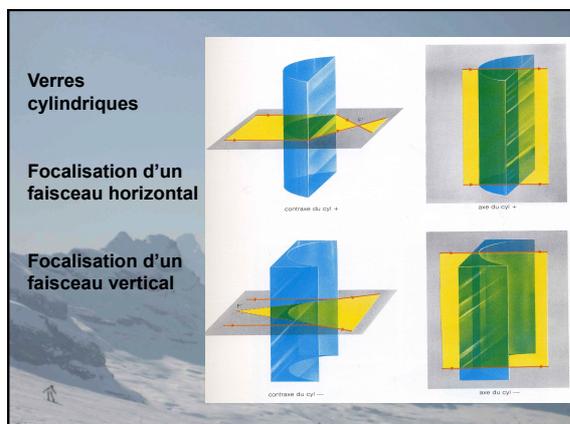
dioptré torique "convexe"

Marche des rayons dans un verre cylindrique

La focalisation se fait dans l'axe de la génératrice

Perpendiculaire au rayon de courbure

plans-cyl -



ASTIGMATISME - NOTATION
Verre sphéro-cylindrique

Le frontofocmètre mesure la position des focales donc des génératrices des cylindres :

- Focale verticale à +3 à 90° ⇒ axe du cylindre vertical donc rayon convergent horizontal
- Focale horizontale à +5 à 0° ⇒ axe du cylindre horizontal donc rayon convergent vertical

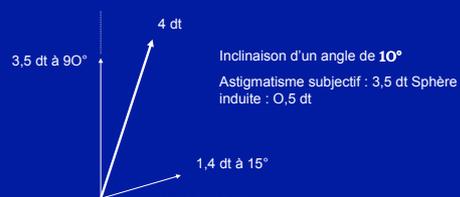
Le rayon horizontal est plus convergent sur l'horizontal ⇒ astigmatisme non conforme

Soit : +3 (+2 à 0°)
 ou +5 (-2 à 90°)

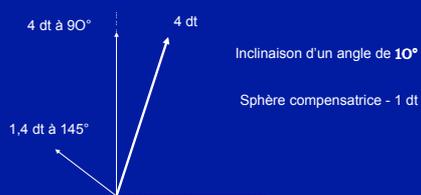
ASTIGMATISME - NOTATION

- ◆ Verre sphéro-cylindrique (ou torique)
- ◆ Cylindre noté en positif et négatif : inversion des formules
- ◆ Exemple : + 2 (+ 1 à 90°) = + 3 (- 1 à 0°)
- ◆ Astigmatisme conforme

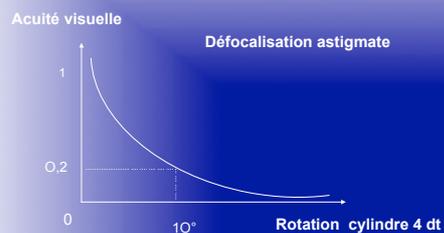
Variation de la puissance d'un cylindre en fonction du desaxage



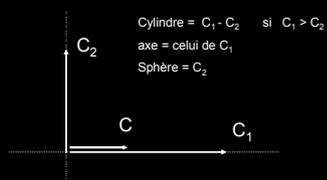
Variation de la puissance d'un cylindre en fonction du desaxage



Chute d'acuité visuelle après rotation d'un cylindre



RESULTANTE DE DEUX CYLINDRES À AXE PERPENDICULAIRE

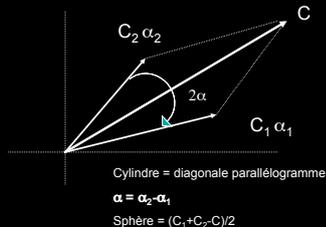


RESULTANTE DE DEUX CYLINDRES À AXE OBLIQUE

Indicatrices de Dupin

- La résultante de deux cylindres obliques :
 - C_1, α_1
 - C_2, α_2
- Est un sphéro-cylindre dont :
 - $S = (C_1 + C_2 - C)/2$
 - $C =$ diagonale du parallélogramme $C_1, C_2, 2\alpha$

RESULTANTE DE DEUX CYLINDRES À AXE OBLIQUE



Combinaison de deux cylindres

- La notation des astigmatismes comprend une donnée sphérique et cylindrique
- caractérisée par son axe et sa puissance :
- par Exemple : amétropie $A = S + C$ à X° où Sphère et Cylindre
- sont en dioptries positives ou négatives ;
- la formule peut s'inverser et devient : $A = S + C - C$ à $X^\circ + 90^\circ$
- en contraxe avec changement de signe du cylindre ;
- par exemple : $+3 (+1 \text{ à } 30^\circ) = +4 (-1 \text{ à } 120^\circ)$.
- L'addition des cylindres est algébrique et simple en cas d'axe perpendiculaires ;
- En cas d'axes obliques elle suit la règle du parallélogramme
- dont les cotés sont représentés par chaque cylindre,
- la diagonale étant le cylindre résultant,
- l'angle au sommet étant égal au double de celui des deux cylindres.

Equivalent sphéro-cylindrique de la rotation d'un cylindre pur :

- Découle du calcul précédent et deux cas de figures sont possibles (schémas 12-3 et 12-4) :
- - Effet à 90° d'un cylindre de $+4 D$ placé à 80° : une inclinaison d'un angle de 10° donne un astigmatisme subjectif de $3,5 D$ à 90° et une sphère induite de $0,5 D$.
- - Maintien de la puissance à 90° d'un cylindre de $+4 D$ incliné à 80° ; pour maintenir un effet cylindrique de $+4 D$ à 90° , il faudrait placer un cylindre de $+4,50 D$ à 80° , donnant une sphère induite d'une dioptrie à compenser par une addition de -1 sphérique.

Combinaison de deux cylindres perpendiculaires

$$C_x + C_y = \text{indic } C_x + (\text{indic de } C_x - \text{indic } C_x) + \text{indic } C_y$$

$$= \text{indic sphère } C_x \text{ (deux rayons } \perp \text{ égaux)}$$

$$+ \text{indic cylindre } C_y - C_x$$

Deux cylindres obliques

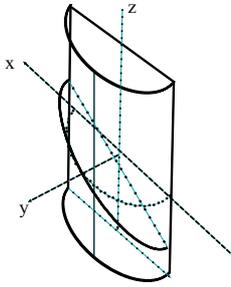
- Changement d'axes de coordonnées après rotation $f: M(0,x,y) \rightarrow M(0,X,Y,\phi)$ de coordonnées :
- $X = x \cos\phi + y \sin\phi$ et $Y = -x \sin\phi + y \cos\phi$
 - Indicatrices des cylindres C_1 d'axe x et C_2 d'axe w (ϕ) avec $xOw = \theta$ (angle des deux cylindres) dont la résultante est :
 - C_1 sur l'axe u et C_2 sur l'axe v à u , avec l'angle $0x, Ou = \phi$
 - Indicatrices : $C_1 x^2 + C_2 y^2$ (dans le repère xOy) = $C_0 u^2 + C_1 v^2$ (dans le repère u,Ov)
 - Changements d'axes et de coordonnées :
 - $C_1 \cos^2\phi + C_2 \sin^2(\phi-\theta) = C_0$ (1)
 - $C_1 \sin^2\phi + C_2 \sin^2(\phi-\theta) = C_1$ (2)
 - Si $C_1 < C_2$, C_0 est la sphère et $C_2 - C_0$ le cylindre
 - D'où : $C_1 + C_2 = C_0 + C_2$ par addition de (1) et (2) :
 - Or $C_2 - C_0 = C$ par définition
 - D'où $S = 1/2(C_1 + C_2 - C)$
 - Autre abord :
 - $C_1(x \sin\phi + y \sin\phi)^2 + C_2(x \cos(\phi-\theta) + y \sin(\phi-\theta))^2 = C_0 u^2 + C_1 v^2$
 - On retrouve les deux équations (1) et (2) et en plus :
 - $2C_1xy \cos\phi \sin\phi + 2C_2xy \sin(\phi-\theta) \cos(\phi-\theta) = 0$
 - D'où $C_1 \sin(2(\phi-\theta)) = C_2 \sin 2\phi$ (formule des sinus du triangle) $\Rightarrow C_2 / \sin 2\theta$
 - Construction de C_1 par la règle du parallélogramme

Indicatrices de Dupin

- **Rappel de physique** : un ellipsoïde, tangent à un plan horizontal xOy , présente deux plans de section perpendiculaires de rayon R_x et R_y .
- Les cercles osculateurs centrés sur l'axe vertical Oz en $(0,0,z)$ ont pour équation :
- $(z-R_x)^2 + x^2 = R_x^2$ et $(z-R_y)^2 + y^2 = R_y^2$
- Et leurs dérivées, pour x comme pour y :
- Première : $z' = x / (R_x^2 - x^2)^{1/2}$ (partie basse de la courbe voisine de 0) et $z'(0) = 0$
- Seconde : $z'' = ((R_x^2 - x^2)^{-1/2} + x^2 / (R_x^2 - x^2)^{3/2}) / (R_x^2 - x^2)$ et $z''(0) = 1/R_x$
- D'où son développement limité voisin de zéro :
- $z \rightarrow 0 = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2/2! + \dots$ $\epsilon(x) = x^2/2R_x + \dots$
- Si l'ellipsoïde a pour équation : $x^2/A + y^2/B + z^2/C = 1$
- Son développement limité à l'ordre 2 s'écrit, pour z voisin de zéro : $z = x^2/2R_x + y^2/2R_y$ (Indicatrice de DUPIN, 1827).
- Les indicatrices sont additives, soustractives, décomposables sur différents axes.
- Indicatrice d'une sphère : $z = (x^2 + y^2)/2R$ car $R_x = R_y$,
- Indicatrice d'un cylindre : $z = x^2/2R$ car $R_y = \infty$
- Comme $P = (n-1)/R$, on obtient : $2z(n-1) = P_x x^2 + P_y y^2$

Variations de puissance dans un cylindre

Génératrice ou axe du Cylindre de rayon R et puissance = (n-1)/R
 Un plan de section fait un angle a avec l'horizontale et détermine une ellipse d'équation : $x^2 \cos^2 a + y^2 = R^2$
 L'équation du cercle horizontal est : $x^2 + y^2 = R^2$
 On posera : R = 1 (norme)



Variations de puissance dans un cylindre

- Equation du rayon du cercle osculateur à une courbe $y=f(x)$: $r = (1+y'^2)^{3/2}/y''$
- Dérivées (1) et (2) de l'ellipse d'équation : $x^2 \cos^2 a + y^2 = 1$: $y' = -x \cos^2 a / (1 - x^2 \cos^2 a)^{1/2}$
 $y'' = -\cos^2 a / (1 - x^2 \cos^2 a)^{3/2}$
- D'où les deux rayons osculateurs r_1 et r_2 perpendiculaires : $r_1 = (1 - x^2 \cos^2 a + x^2 \cos^4 a)^{3/2} / -\cos^2 a$
 $r_2 = (1 - x^2 \sin^2 a + x^2 \sin^4 a)^{3/2} / -\sin^2 a$

Les formules se vérifient pour $x=0$ au sommet soit $r_1 = 1/\cos^2 a$ et $r_2 = 1/\sin^2 a$
 Pour $a=0$, $r_1=1$ et $r_2=0$
 Pour $a=\pi/2$, $r_1=0$ et $r_2=1$

Variations de puissance dans un cylindre

Puissance du dioptrie : $P = (n-1)/r$
 D'où les 2 puissances des méridiens perpendiculaires ($r=1$) :
 $P_1 = (n-1) \cos^2 a = (n-1)/2 \cdot (\cos 2a + 1)$
 $P_2 = (n-1) \sin^2 a = (n-1)/2 \cdot (1 - \cos 2a)$

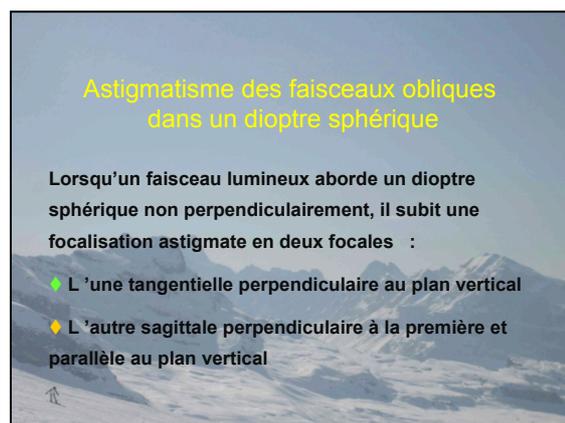
La variation de puissance du cylindre ne suit pas une fonction sinus ou cosinus simple mais se décompose en deux puissances fonction de l'arc double ou du carré du sinus

Si on regarde au frontofocométre, la variation de puissance d'un cylindre de +3 à 90°, on voit une netteté des mires pour +3 à 90° et 0 à 0°; entre les deux, les mires sont floues, il n'y a pas de focalisation individualisée, ce qui rejoint le calcul.

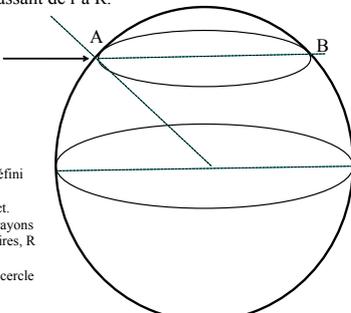
Astigmatisme des faisceaux obliques dans un dioptre sphérique

Lorsqu'un faisceau lumineux aborde un dioptre sphérique non perpendiculairement, il subit une focalisation astigmatique en deux focales :

- L'une tangentielle perpendiculaire au plan vertical
- L'autre sagittale perpendiculaire à la première et parallèle au plan vertical



Variation du rayon ρ lorsque le cercle tourne autour de AB, le rayon passant de r à R.



Le plan de réfraction est défini par le rayon incident et la normale au point de contact.
 En ce point existent deux rayons de courbures perpendiculaires, R du grand cercle vertical (orthodromie) et r du petit cercle horizontal (loxodromie)

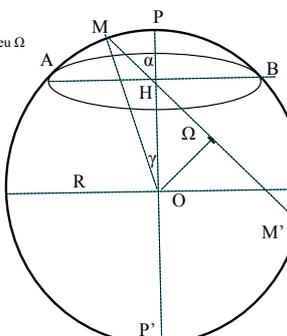
Variation du rayon ρ :

MM' petit cercle intermédiaire de milieu Ω
 De rayon ρ et $r < \rho < R$
 La puissance de H s'écrit : $P_{(H)} = HM \cdot HM' = HP \cdot HP' = AH^2 = r^2$

Dans le triangle OHM :
 $OH/\sin(\alpha-\gamma) = R/\sin \alpha$ d'où $\sin(\alpha-\gamma) = OH \sin \alpha / R$
 De plus : $HM/\sin \gamma = R/\sin \alpha$ d'où $\sin \gamma = \sin \alpha \cdot HM/R$

En posant : $\sin(\alpha-\gamma) = \sin \alpha \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \gamma$ et $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$, on obtient : $HM^2 + 2OH \cdot MH \cdot \cos \alpha - R^2 = 0$
 Avec $OH^2 = R^2 - r^2$, d'où la racine : $MH = (OH^2 \cos^2 \alpha + r^2)^{1/2} - OH \cdot \cos \alpha$
 Sachant que $2\rho = HM + HM'$ et que $HM \cdot HM' = r^2$,
 On tire : $\rho = (OH^2 \cos^2 \alpha + r^2)^{1/2}$
 Pour $\alpha=0$, $\rho=R$, pour $\alpha=\pi/2$, $\rho=r$

Lieu géométrique de Ω : cercle de diamètre OH car $O\Omega H$ rectangle



Dioptr sphérique : coma

Triangle OAF : $OF' = R \cdot \sin r / \sin(i-r)$
 $SF' = R \cdot (\sin(i-r) + \sin r) / \sin(i-r)$
 Avec $\sin i = n \cdot \sin r \approx i = n \cdot r$
 $SF' = n \cdot R / (n-1)$, $1/SF' = (n-1) / n \cdot R$
 $1/OF' = \sin(i-r) / \sin r$
 $1/OF' = (\sin i \cdot \cos r - \cos i \cdot \sin r) / \sin r = n \cdot \cos r - \cos i$
 Dérivé : $(1/OF')' = \sin i - n \cdot \sin r = 0$
 F' constant si i varie

Dioptr sphérique : coma

Astigmatisme des faisceaux obliques dans un dioptr sphérique

Focales tangentielle et sagittale perpendiculaires

Astigmatisme des faisceaux obliques dans un verre biconcave de -10 dt

Puissances des focales à 20°
 Tangentielle : -12 dt
 Sagittale : -10,5 dt
 D'où puissance apparente : -10,5 (-1,5 à 0°)

Astigmatisme oblique dans un verre concave

Astigmatisme des faisceaux obliques dans un verre concave de -10 dt

Astigmatisme à 20°
 -9,5 (-0,1 à 90°)

Verre de WOLLASTON

Les différents types d'astigmatisme oculaire

- ◆ **Cornéen** : le plus important, face antérieure et postérieure
 - ◆ Direct : + 2 à 90°
 - ◆ Inverse : + 1,5 à 0°
 - ◆ Régulier : les axes principaux sont perpendiculaires
 - ◆ Irrégulier (kératocône)
- ◆ **Cristallinien** ,
 - ◆ face antérieure et postérieure,
 - ◆ nombreux dioptries
- ◆ **Rétinien**, fovéolaire

LA SKIASCOPIE GLOBALISE LES ASTIGMATISMES

La conoïde

- ◆ Dite de STURM
- ◆ Focalisation astigmatique d'un faisceau cylindrique par ellipses sur un premier segment de droite
- ◆ Divergence des ellipses vers le cercle « de moindre diffusion »
- ◆ Inversion du grand axe des ellipses
- ◆ Focalisation sur un deuxième segment de droite
- ◆ Augmentation de taille des ellipses

Les différents types d'astigmatisme oculaire

Selon la position des focales

- ◆ Myopique composé (ou double) et conforme

Les différents types d'astigmatisme oculaire

Selon la position des focales

- ◆ Myopique simple et conforme

Les différents types d'astigmatisme oculaire

Selon la position des focales

- ◆ Hypermétropique composé inverse

Les différents types d'astigmatisme oculaire

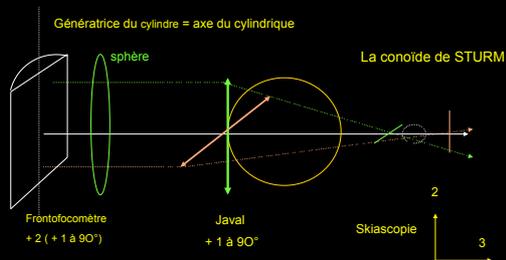
Selon la position des focales

- ◆ Mixte conforme

LES TROIS PLANS

- ◆ Le plan du verre correcteur
- ◆ Le plan cornéen
- ◆ Le plan rétinien

ASTIGMATISME



LES SIGNES FONCTIONNELS SUBJECTIFS

En cas de port de verres correcteurs (≠ lentilles)

- ◆ La CHUTE D'ACUITÉ visuelle en cas de cylindre desaxé
- ◆ L'ASTHÉNOPIE RÉFRACTIVE astigmatique due au mauvais axe, mauvaise puissance, mauvais centrage
- ◆ ≠ACCOMMODATIVE, la focale verticale est privilégiée
- ◆ S'associer à la FUSIONNELLE si l'œil dominé est desaxé
- ◆ Ou à l'ANISÉCONIQUE,
- ◆ Les « problèmes de cou », douleurs, arthrose ...

LES DIFFÉRENTS TYPES DE TORTICOLIS

- ◆ Horizontal, vertical, oblique lié à :
⇒ L'astigmatisme des faisceaux obliques
- ◆ Torsionnel lié au :
⇒ Mauvais axe du verre cylindrique

LES SIGNES FONCTIONNELS OBJECTIFS

- ◆ TORTICOLIS horizontal, vertical ou oblique est lié à l'ASTIGMATISME DES FAISCEAUX OBLIQUES
- ◆ L'enfant « tord » la tête pour placer sa ligne du regard dans une partie du verre de correction induisant un astigmatisme qui améliore sa correction subjective
- ◆ Connaître la réfraction objective +++ Cycloplégie et COT
- ◆ Sphère, cylindre et axe.

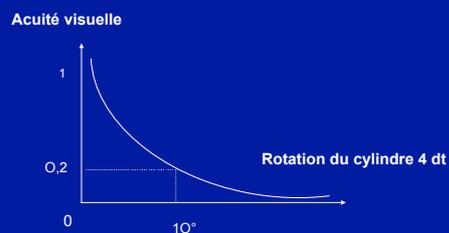
LES SIGNES FONCTIONNELS OBJECTIFS

- ◆ LE TORTICOLIS torsionnel :
 - ◆ Penche dans le sens inverse du mauvais axe
 - ◆ À l'écran tangentiel, la déviation est concomitante sans phénomène de torsion.
 - ◆ Intrication avec les autres torticolis :
 - ◆ parésie de l'OS + cylindre desaxé
 - ◆ moyen de traitement des POM du IV ?

LES SIGNES FONCTIONNELS SUBJECTIFS

- ◆ La chute d'acuité visuelle en fonction du décalage du cylindre
- ◆ AV passe à 2/10 après rotation de 10° d'un cylindre de 4 D
- ◆ Et à 3/10 pour un cylindre de 3,5 D

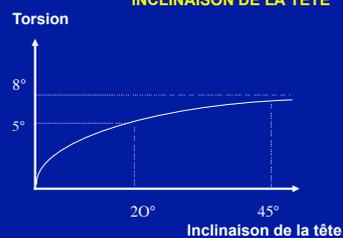
Chute d'acuité visuelle après rotation d'un cylindre



TORSION OCULAIRE ET INCLINAISON DE LA TÊTE

- ◆ Inclinaison de la tête mesurée au compas orthopédique
- ◆ Torsion oculaire mesurée dans la monture d'essai par la modification de l'axe d'un cylindre > 4 dt redonnant une acuité normale

TORSION OCULAIRE ET INCLINAISON DE LA TÊTE



TORSION OCULAIRE ET INCLINAISON DE LA TÊTE

- ◆ L'inclinaison de la tête provoque une torsion compensatrice inverse des globes oculaires
 - ◆ Cette torsion oculaire (rotation de Javal) est liée à l'action des muscles obliques via les canaux semi-circulaires.
 - ◆ Elle est parallèle sur les deux yeux : Intorsion = extorsion
 - ◆ La torsion oculaire (5°) n'est pas l'inclinaison de la tête (20°).
- CF tortion des PDB et J

CONCLUSIONS

- ◆ Position de la tête lors des mesures, Javal, réfractomètre
- ◆ Ou lors des essais subjectifs
- ◆ Demander au patient de régler son cylindre
- ◆ Verres : COT axe et puissance
- ◆ Monture : éviter les verres ronds
- ◆ Intérêt des lentilles de contact

